

Messung der Gesamtabsorption mit der Neutronenstrahlmethode wegen der hier sehr klein gefundenen Streuung einen verlässlichen Wert geben muß (Literaturwerte zwischen 55 und $65 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$). Bei anderen Substanzen treten aber deutliche Unterschiede gegenüber den mit der Indikator-methode gefundenen Werten auf, und zwar sind die hier gefundenen Werte ausnahmslos größer, so z. B. bei Aluminium, Kupfer, Niob, Tantal und Wismut, lauter Elementen ungerader Ordnungszahl, bei denen eigentlich aus der Aktivitätsmethode der gleiche Einfangquerschnitt folgen sollte. Wo aber bei diesen Elementen Gesamtquerschnitt und Streuquerschnitt gut gemessen sind, scheint ihre Differenz in viel besserer Übereinstimmung mit den hier gefundenen Werten als mit denen der Indikator-methode zu sein. Es muß auch beachtet werden, daß vor allem bei Substanzen mit kleinen Einfangquerschnitten schon sehr kleine Beimengungen von Elementen mit extrem großen Einfangquerschnitten das Resultat sehr beeinflussen können. So mag der Zinkwert der Tabelle durch Cadmiumgehalt des Zinks verfälscht sein. Auf die Reinheit der Substanzen wurde stets besonderer Wert gelegt.

Auch die in der letzten Spalte gegebenen Werte für die Temperaturabhängigkeit stimmen gut mit den bisher hier vorliegenden Messungen überein. Insbesondere finden BAKER und BACHER³⁾ für Cadmium durch Neutronenflugzeitmessungen mit einem modulierten Cyklotron einen praktisch konstanten Einfangquerschnitt in dem hier untersuchten Geschwindigkeitsgebiet, wie er sich auch hier innerhalb der Fehlergrenzen ergibt. Man hat in der Messung der Temperaturabhängigkeit eine bequeme Methode, um bei stark absorbierenden Substanzen Aussagen über die Lage der Resonanzstelle zu machen, die z. B. bei Cadmium etwas

oberhalb thermischer Energien liegt und so den $\frac{1}{v}$ -Abfall aufhebt und bei Gadolinium und wahrscheinlich auch Quecksilber unterhalb des thermischen Gebiets oder bei negativen Energien, was zu einem steileren Abfall führt, als es dem $\frac{1}{v}$ -Gesetz entspricht.

Die Messungen werden weiter fortgesetzt. Auch über die durch thermische Neutronen induzierten Aktivitäten einiger Substanzen, bei denen Abweichungen zwischen den hier gefundenen Einfangquerschnitten und denen der Aktivitätsmethode auftraten, sind Untersuchungen im Gange.

Tabelle 1.

	σ in 10^{-24} cm^2	$\frac{A_{23^\circ}}{A_{200}}$	$\frac{\sigma_{23^\circ}}{\sigma_{200^\circ}}$
Bor	—	$1,46 \pm 0,03$	$1,29$
Magnesium . .	$0,22 \pm 0,05$	—	—
Aluminium . .	$0,44 \pm 0,07$	—	—
Eisen	$3,1 \pm 0,3$	—	—
Kupfer	$3,6 \pm 0,4$	—	—
Zink	$4,0 \pm 0,4$	—	—
Arsen	$5,2 \pm 0,5$	—	—
Niob	$1,5 \pm 0,4$	—	—
Silber	$64,1 \pm 3$	$1,41 \pm 0,03$	$1,24$
Cadmium . . .	—	$1,09 \pm 0,02$	$0,96$
Gadolinium . .	—	$1,62 \pm 0,03$	$1,43$
Tantal	20 ± 2	—	—
Quecksilber . .	—	$1,52 \pm 0,03$	$1,34$
Thallium . . .	$3,2 \pm 0,4$	—	—
Blei	$0,80 \pm 0,10$	—	—
Wismut	$0,45 \pm 0,10$	—	—

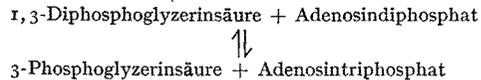
Herrn Prof. W. HEISENBERG danke ich herzlich für anregende Diskussionen.

Berlin-Dahlem, Max Planck-Institut, 14. Oktober 1942.
WOLFGANG RAMM.

1) E. FERMI, Ric. Scient. VII—II, 13 (1936).
2) O. R. FRISCH, H. v. HALBAN u. J. KOCH, Mitt. Danske Vidensk. Selskab. 15, 10 (1938) — C. LAPOINTE u. F. RASSETTI, Phys. Rev. 58, 554 (1940).
3) C. P. BAKER u. R. F. BACHER, Phys. Rev. 59, 332 (1941).

Isolierung und Kristallisation eines phosphatübertragenden Gärungsferments.

Wie die Reindarstellung des oxydierenden Gärungsferments gezeigt hat, entsteht bei der Oxydationsreaktion der Gärung 1,3-Diphosphoglyzerinsäure. Die Frage nach dem weiteren Schicksal dieses Körpers hat zur Isolierung eines sehr wirksamen phosphatübertragenden Proteins geführt. Dies katalysiert — mit Ionen des Magnesiums oder verwandter Metalle verbunden — die Reaktion:



Optischer Test.

Bei Ablauf der Reaktion treten weder im Sichtbaren noch im Ultraviolett wesentliche Farbänderungen auf. Trotzdem kann sie, durch Koppelung mit der oxydierenden Gärungs-

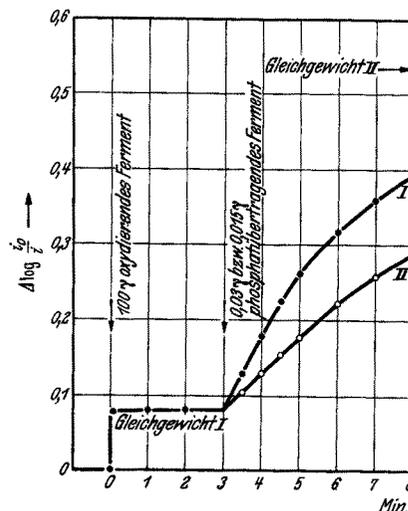
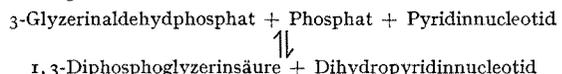


Fig. 1. Zusammenwirken von oxydierendem und phosphatübertragendem Ferment. Gemessen wird die Lichtabsorption bei $334 \text{ m}\mu$. Im Absorptionstrome befinden sich: 3-Glyzerinaldehydphosphat, anorg. Phosphat, Diphosphopyridinnucleotid, Adenosindiphosphat sowie Mg^{++} -Ionen. Nach Zusatz des oxydierenden Gärungsferments stellt sich das Gleichgewicht:



ein, das stark auf der linken Seite liegt, so daß sich nur eine geringe Lichtabsorption bemerkbar macht (Gleichgewicht I). Nach Zusatz einer geringen Menge phosphatübertragenden Ferments tritt die 1,3-Diphosphoglyzerinsäure mit Adenosindiphosphat in Reaktion. Nach dem Massenwirkungsgesetz reagiert Pyridinnucleotid nach, bis sich ein neues Gleichgewicht einstellt. Die Anfangsgeschwindigkeit ist dabei der eingesetzten Menge des phosphatübertragenden Ferments proportional.

reaktion, lichtelektrisch verfolgt werden. Es ist ein „zusammengesetzter“ optischer Test ausgearbeitet worden, bei dem während der Phosphatübertragung lichtabsorbierendes Dihydropyridinnucleotid entsteht (vgl. Fig. 1).

Die Isolierung erfolgte aus Hefesaft. Die wesentlichen Reinigungsschritte waren Nucleoproteidfällungen aus angesäuerter, alkoholischer Lösung. Die Kristallisation erfolgt vom Sättigungsgrade 0,6.

Folgende Eigenschaften des Ferments erscheinen mir bemerkenswert:

1. Das Ferment ist etwa 10mal wirksamer als das wirksamste bisher isolierte Gärungsferment. Für den optischen Minutentest genügt 0,01 γ pro Kubikzentimeter.

2. Das Ferment ist streng spezifisch, es kann keine der anderen phosphatübertragenden Gärungsreaktionen hervor-

bilden können. Früher habe ich hier gezeigt²⁾, daß dies für $J = 0$ möglich ist. Eine Verallgemeinerung auf beliebiges J ist mir, sobald ich danach suchte, gelungen. Es gilt

$$W(n) = 1 - \frac{b \binom{b}{J} \cdots \binom{b}{J+n-n_1}}{\frac{N}{J} \binom{N}{J} \cdots \binom{N}{J+n-n_1}} \times \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} (4)$$

$$\times F_{n_1} \left(n - n_1 + 1, \frac{a}{J}, n - n_1 + 1 + \frac{N}{J}; 1 \right).$$

Hierbei bedeutet $F(x, \beta, \gamma; 1)$ die Summe der ersten ν Glieder der hypergeometrischen Reihe $F(x, \beta, \gamma; 1)$, also den Ausdruck

$$F_\nu(x, \beta, \gamma; 1) = 1 + \frac{\alpha \cdot \beta}{1 \cdot \gamma} x + \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} (5)$$

$$+ \frac{\alpha(\alpha+1) \cdot \beta(\beta+1)}{1 \cdot 2 \cdot \gamma(\gamma+1)} x^2 + \cdots + \frac{\alpha \cdots (\alpha+\nu-2) \cdot \beta \cdots (\beta+\nu-2)}{1 \cdots (\nu-1) \cdot \gamma \cdots (\gamma+\nu-2)} x^\nu.$$

Die Formel (4) bringt eine außerordentliche Vereinfachung mit sich. Während $W(n) = \sum_{i=n_1}^n w(i)$ aus $(n - n_1 + 1)$ Summanden besteht, treten auf der rechten Seite nur n_1 Glieder der Reihe auf. Beim Studium der Absterbeordnung wurde ich darauf geführt, $n_1 = 4$ zu setzen, während ich mit n bis etwa 300 gehen mußte. Ohne die Formel (4) wäre es also praktisch unmöglich gewesen, die Summenfunktion $W(n)$ streng zu berechnen.

Die Tierversuche, welche auf meine Anregung hin unternommen wurden, um einwandfreies Material über die Absterbeordnung unter einheitlichen Bedingungen zu erhalten, haben L. CAVALLI und G. MAGNI durchgeführt. Über die Ergebnisse dieser Versuche werden sie demnächst in der 1. Abteilung des „Zentralblattes für Bakteriologie“ (Originale) ausführlich berichten.

Die Identität (4) stellt, wenn man sie von der speziellen Einkleidung befreit, eine Beziehung zwischen Teilsummen solcher hypergeometrischer Reihen dar, bei denen eines der beiden ersten Argumente ganz und positiv ist und das vierte Argument den Wert Eins besitzt. Die Gleichung (4) lautet in dieser Schreibweise

$$\left. \begin{array}{l} \frac{(\gamma - \beta - \alpha)(\gamma - \beta - \alpha + 1) \cdots (\gamma - \beta - \alpha + \nu - 1)}{(\gamma - \alpha)(\gamma - \alpha + 1) \cdots (\gamma - 1)} F_\nu(x, \beta, \gamma; 1) + \\ + \frac{\beta(\beta + 1) \cdots (\beta + \nu - 1)}{(\gamma - \alpha) \cdots (\gamma - \alpha + \nu - 1)} F_\nu(x, \gamma - \beta - \alpha, \gamma - \alpha + \nu; 1) = 1. \end{array} \right\} (6)$$

Die merkwürdige Beziehung scheint wenig bekannt zu sein, jedenfalls wird sie in der Wahrscheinlichkeitsrechnung offenbar bisher nicht verwendet. Da aber zahlreiche Verteilungen als hypergeometrische Reihen geschrieben werden können, ist die Formel bei Bildung der Summenfunktion oft sehr nützlich. Wenn z. B. aus einer N -gliedrigen Gesamtheit eine Stichprobe des Umfangs n entnommen wird, die n_1 Merkmalsträger enthält, so beträgt die Wahrscheinlichkeit $w(N_1)$ dafür, daß in der Gesamtheit N_1 Merkmalsträger vorhanden sind

$$w(N_1) = \frac{\binom{N_1}{n_1} \binom{N - N_1}{n - n_1}}{\binom{N + 1}{n + 1}}. \quad (7)$$

Aus (6) läßt sich für die Summenfunktion $W(N_1)$ folgende Formel herleiten:

$$W(N_1) = \sum_{i=N_1}^N w(i) = 1 - \frac{[(N - N_1) - (n - n_1)] \cdots [(N - N_1) + n_1]}{(N - n + 1) \cdots (N + 1)} \times \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} (8)$$

$$\times F_{n_1+1}(N_1 - n_1 + 1, -(n + 1), -(N - N_1 + n_1); 1).$$

Links steht eine Reihe von $(N_1 - n_1 + 1)$ Summanden, rechts eine solche von nur $(n_1 + 1)$ Gliedern. Hält man $N_1 : N$ konstant gleich x und läßt N gegen unendlich gehen, so konvergiert (7) in die Bayes-Verteilung

$$w(x) dx = (n + 1) \binom{n}{n_1} x^{n_1} (1 - x)^{n - n_1} dx. \quad (9)$$

Für diese gilt also nach (8)

$$W(x) = \int_0^x w(x) dx = 1 - \sum_{j=0}^{n_1} \binom{n + 1}{j} x^j (1 - x)^{n + 1 - j} \quad (10)$$

Fig. 2. Kristalle des phosphatübertragenden Ferments.

bringen. Dies macht wahrscheinlich, daß der Phosphatkreislauf der Gärung durch das Zusammenwirken von mindestens vier spezifischen, phosphatübertragenden Proteinen zustande kommt.

Berlin-Dahlem, Kaiser Wilhelm-Institut für Zellphysiologie, den 27. Oktober 1942. THEODOR BÜCHER.

Eine Formel für die Teilsummen gewisser hypergeometrischer Reihen und deren Bedeutung für die Wahrscheinlichkeitstheorie.

Eine Urne enthalte N Kugeln, von denen a schwarz und b weiß sind. Gezogen wird eine Kugel. Man notiert ihr Merkmal, legt sie in die Urne zurück und füllt *zusätzlich* J Kugeln gleicher Art nach. Damit ist ein Versuch abgeschlossen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit $w(n_1)$, in n Versuchen n_1 schwarze Kugeln zu erhalten? Die Frage haben F. EGGENBERGER und G. PÓLYA¹⁾ durch die Formel

$$w(n_1) = \binom{n}{n_1} \times \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} (1)$$

$$\times \frac{a(a+J) \cdots [a + (n_1 - 1)J] \cdot b(b+1) \cdots [b + (n - n_1 - 1)J]}{N(N+J) \cdots [N + (n - 1)J]}$$

(n fest, n_1 veränderlich)

beantwortet. Beim Studium der Absterbezeiten weißer Mäuse, die mit der gleichen Menge von Pneumokokken infiziert worden waren, sah ich mich aus theoretischen Überlegungen genötigt, die Wahrscheinlichkeit $w(n)$ zu bestimmen, daß nach genau n Versuchen n_1 schwarze Kugeln aufgetreten sind. Da man weiß, daß der letzte Versuch eine schwarze Kugel liefert, sind nur $(n - 1)$ Versuche zu permutieren. Aus (1) ergibt sich somit

$$w(n) = \binom{n-1}{n_1-1} \times \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} (2)$$

$$\times \frac{a(a+J) \cdots [a + (n_1 - 1)J] \cdot b(b+1) \cdots [b + (n - n_1 - 1)J]}{N(N+J) \cdots [N + (n - 1)J]}$$

(n_1 fest, n veränderlich).

Diese Formel möchte ich als Pólya-Pascal-Schema bezeichnen, da sie für $J = 0$ in die Pascal-Verteilung übergeht.

Um nachzuprüfen, ob die Absterbeordnung der infizierten Mäuse diesem Ansatz entspricht, muß man die Summenfunktion

$$W(n) = \sum_{i=n_1}^n w(i)$$